

Michel Ker

# Dimensionnement graphique en plasticité des structures simples





# 1

## Pourquoi un calcul en plasticité

Le dimensionnement d'une charpente métallique doit satisfaire à deux états limites :

L'état limite de service

L'état limite ultime

### **État limite de service :**

Sous des charges normales la flèche de la charpente doit rester inférieure à une valeur fixée par le cahier des charges ou à défaut par les règles de calcul en construction métallique (en général le  $1/200^{\text{ème}}$  de la portée)

### **État limite ultime :**

Sous des charges majorées par un facteur de sécurité ou de pondération, la charpente doit continuer à remplir son rôle, c'est-à-dire à rester stable. Pour s'assurer que la structure reste stable,

nous pouvons de façon conventionnelle limiter la contrainte en tout point, à la limite élastique du métal, et cette approche de l'état limite ultime est appelé calcul en élasticité.

Nous allons montrer que cette approche élastique ne confère pas le même degré de sécurité pour des structures différentes.

### **Caractéristique des aciers de construction**

la caractéristique importante des aciers de construction est leur capacité de supporter des allongements importants sans rupture, cette capacité est dénommée ductilité l'essai en traction d'un tel acier, dont la courbe effort-allongement idéalisée est représentée ci après, présente trois zones distinctes :

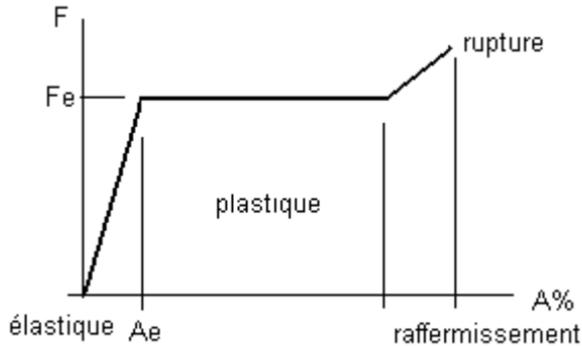
- une première zone, limitée par le point  $A_e$ ,  $F_e$  pour laquelle est respectée la loi de Hooke, à savoir que les allongements sont proportionnels aux efforts appliqués.

- une seconde zone, sous forme de pallier pour lequel l'allongement augmente sous charge constante égale à  $F_e$  ou encore limite élastique.

- une dernière zone de raffermissement avant rupture de l'éprouvette.

Une telle courbe idéalisée représente le comportement élasto-plastique de l'acier et met en évidence l'allongement plastique de l'acier, c'est-à-

dire la longueur du pallier qui peut représenter jusqu'à dix fois son allongement élastique  $A_e$ .



Soit une poutre sur deux appuis, bi-articulée et chargée uniformément, pour un calcul en élasticité la section la plus sollicitée en flexion est située à mi-portée et pour cette section, la ruine de la poutre est atteinte lorsque la contrainte maximale de flexion est égale à la limite élastique de l'acier.

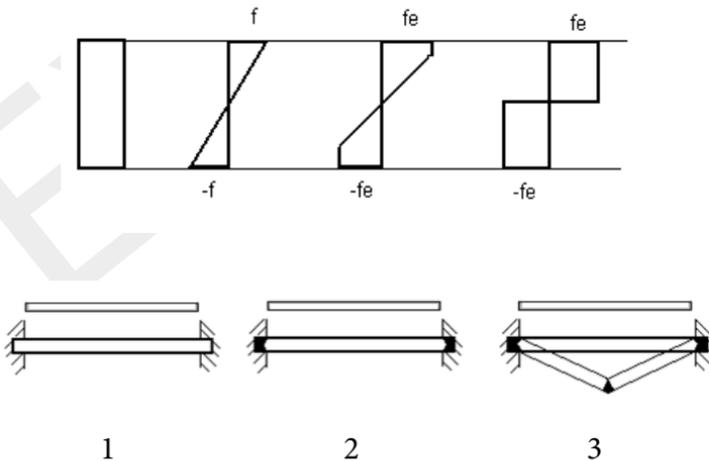
Si cette même poutre est à présent encastree à ses deux extrémités, la charge ultime en élasticité est atteinte lorsque les moments sur appuis sont égaux au moment élastique du profil et pourtant la ruine n'est pas encore atteinte. En poursuivant le chargement, les moments sur appuis cessent de croître et ces sections deviennent rotules plastiques, seul le moment en travée continue à augmenter jusqu'à ce que la section en travée devienne à son tour rotule plastique et ce

n'est qu'à ce moment qu'il y aura ruine de la structure.

Ainsi pour une même poutre, et un calcul en élasticité, la charge ultime peut être la charge de ruine ou être inférieure à la charge de ruine de la structure, suivant sa conception ou plus exactement, suivant son degré d'hyperstaticité.

Ce degré variable de la sécurité, choquant pour l'esprit, est dû à la définition conventionnelle de l'état limite ultime. Pour l'éviter, il faut adopter une définition basée sur un critère naturel commun à toutes les structures, ce critère est la ruine et le calcul mené sur ce critère de ruine est appelé calcul en plasticité.

### Formation d'une rotule plastique



Les fibres extrêmes s'allongent ou se raccourcissent symétriquement jusqu'à atteindre leur limite élastique ; en poursuivant la flexion au-delà, les fibres extrêmes continuent à se déformer sans augmentation de la charge, alors que les fibres intérieures atteignent à leur tour la limite élastique, jusqu'à plastification complète de la section-ce processus est appelé formation d'une rotule plastique. Grâce à leur ductilité, les aciers de construction soumis à flexion sont capables de générer des rotules plastiques sans rupture.



## 2

# Caractéristiques plastiques des profils

### Axe plastique

C'est l'axe qui sépare la section en deux zones, A1 A2 traction ou compression lorsque la rotule plastique est formée et l'effort normal dans le profil est nul.

L'effort normal élémentaire qui s'exerce sur l'aire élémentaire  $dA$  vaut  $f \cdot dA$

et

$$N = \int f \cdot dA = f_e A_1 - f_e A_2 = 0 \text{ ce qui entraîne } A_1 = A_2$$

L'axe plastique sépare la section en deux aires égales cet axe est confondu avec l'axe neutre en cas de sections symétriques

## Moment plastique

Le moment des forces par rapport à l'axe plastique qui s'exercent sur la section à la formation d'une rotule plastique est :

$$M_p = \int_A y f \cdot dA = f_e \int_{A_1} y \cdot dA - f_e \int_{A_2} (-y) \cdot dA = f_e \left[ \int_{A_1} y \cdot dA + \int_{A_2} y \cdot dA \right]$$

est appelé moment plastique.

La somme des intégrales premières des aires par rapport à l'axe plastique est appelé module plastique. Le moment plastique est le produit du module plastique par la limite élastique du métal, et en cas de section symétrique le module plastique vaut deux fois le moment statique du profil.

Pour les profilés marchands symétriques, le moment plastique en mdaN est égal à 48 S ou 72 S si S est le moment statique en cm<sup>3</sup> et suivant qu'il s'agit d'un acier E24 ou E36

La formation d'une rotule plastique, réduit le degré d'hyperstaticité de la structure. En effet, le moment qui s'exerce dans une section plastifiée est égal au moment plastique du profil, et la connaissance de ce moment, conduit à une relation supplémentaire qui réduit le nombre d'inconnues d'une unité pour une structure de degré n, la formation de n rotules plastiques conduit à une structure isostatique et la formation de la rotule n+1 transforme la structure en mécanisme à un degré de liberté.